

Deo fizike sa kojim ćemo se sada upoznatii bavi se izučavanjem toplinskih pojava. Veliki broj zakonitosti povezanih sa primopredajom toplote i pretvaranjem toplote u mehanički rad otkriven je pre nego što je bila poznata atomsko-molekulska struktura materije. Sva ova otkrića su rezultirala u klasičnoj fizici koja je nazvana *termodinamikom*. Ona operiše sa makrofizičkim veličinama kad što su temperatura, pritisak itd. I ne povezuje ih sa strukturnom materijom. No, kada je dokazano da se materija sastoji od velikog broja deliĉa, molekula ili atoma, logično se javila težnja da se termodinamički zakoni objasne sa mikrofizičkog aspekta, te da se makrofizičke meriljive veličine objasne pomoću osobina pojedinih molekula. Kao što su masa, brzina itd. U principu se kretanje svakog molekula u gasovitoj fazi može opisati zakonima klasične fizike. No, kako se radi o ogromnom broju čestica njihovi početni uslovi se ne mogu odrediti, a i matematička složenost problema zahteva da se problem kretanja velikog broja čestica opisuje statističkim metodama. U okviru ovih metoda se može izračunati samo verovatnoća da se u sistemu čestica nađe u određenom stanju i ne može se sprovesti strogo mehanički determinizam. U okviru statističke fizike sa makrofizičke veličine povezuju sa srednjim vrednostima odgovarajućih mikrofizičkih veličina. Na ovaj način je pokazano da termodinamički zakoni imaju svoju opravdanost i sa mikrofizičkog stanovišta. Naime, procesi koji se odvijaju prema strogim zakonima termodinamike su najverovatniji procesi sa stanovišta statističke fizike. Tako je, na primer, termodinamički zakon koji glasi: "toplota prelazi sa toplijeg na hladnija tela" istovremeno i najverovatniji proces statističke fizike ovaj zakon predviđa samo najverovatniji proces pri spajanju tela sa raznim temperaturama. Statistička fizika dopušta, ali sa daleko manjom (često zanemarljivom) verovatnoćom i obrnut proces.

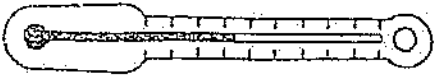
T E M P E R A T U R A I T O P L O T A

63.1. Temperatura. Termometri

Kad dodirujemo neko telo, možemo da kažemo da li je ono vruće, toplo ili hladno. Pri tom ocenjivanju mi ustvari poredimo stepen toplotnog stanja ili zagrejanosti tela u odnosu na temperaturu našeg tela. Pri tome možemo i da pogresimo, jer je procena izvršena na bazi fiziološkog osećaja. Greška je utoliko veća ukoliko se radi o veoma visokim i veoma niskim temperaturama. Kako je temperatura, tj. stepen toplotnog stanja ili zagrejanosti nekog tela važna fizička veličina, čija se jedinica kao osnovna nalazi u Internacionalnom sistemu (IS) mera, procesi temperature moraju tačno definisati i pronaći metodu za njeno merenje. Dok je egzaktna definicija pojma temperature predmet daljeg razmatranja, mi ćemo se za sada zadovoljiti da utvrdimo egzaktnu metodu za njeno merenje. Za merenje temperature moramo dakle pronaći neke merljive fizičke osobine tela koje se menjaju sa temperaturom, slično kao što smo za merenje sile upotrebili osobinu tela koja se menja sa silom, na primer, dužinu elastične opruge i sl. Na osobina mora biti i reverzibilna, tj. telo se povratkom na početnu temperaturu mora vratiti u početni položaj. Takve jednostavne merljive fizičke osobine u kojima se menjaju sa temperaturom su, na primer, dužina šipke, zapremina tečnosti, pritisak gasa pri stalnoj zapremini, električni otpor žice, boja usijanog vlakna itd. Svim navedenim osobinama koristimo se za merenje temperature u određenom intervalu.

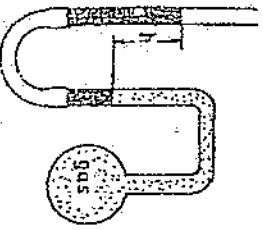
Uvedjaji kojima se meri temperatura zovu se termometri. Oni se dele na termometre sa gasom, tečnošću i čvrstim telom. Gasni termometri (Hg, He) su vrlo osetljivi i tačni. Termometri sa tečnošću (Hg, alkohol i dr.) praktični su i pri-likno tačni. Termometri napravljeni od čvrstih tela (metalni termometari) vrlo su postojani, ali imaju malu tačnost i najčešće se koriste u oblasti visokih temperatura.

Najobičniji termometar je onaj sa tečnošću u staklenoj cevi (sl. 63.1). Taj se instrument sastoji od staklenog



rezervoara koji je vezan sa uskom staklenom kapilarnom konstantnog preseka. U rezervoaru se nalazi tečnost, po pravilu živa ili obojeni alkohol (za niske temperature). Kapilarna je evakuisana, a njen gornji kraj zatopljen. Skala uz kapilarnu služi za merenje temperature. Pri zagrevanju tečnost se više širi od stakla, te male promene zapremine tečnosti u rezervoaru prouzrokuju znatne promene nivoa tečnosti u kapilari. Ako je širenje tečnosti proporcionalno temperaturi, onda će promena nivoa tečnosti u kapilari biti srazmerna promeni temperature. Gornje granice merenog intervala kod termometra sa tečnošću su ograničene tačkom ključanja tečnosti. Da bi se povećao meri opseg, odnosno povećala temperatura tačke ključanja tečnosti u termometru, u prostor iznad tečnosti se ubacuje gas pod visokim pritiskom.

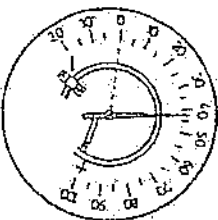
Sl. 63.1. Sen opisanoj termometru u upotrebi su i druge vrste termometara zasnovane na različitim principima. Nabrojaćemo neke od njih bez detaljnije analize, jer će ista biti tretirana u odgovarajućim poglavljima.



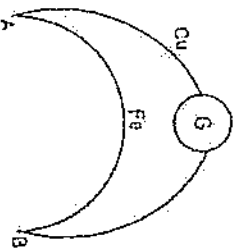
Sl. 63.2

Gasni termometar. Ovak termometar zasniiva se na osobinama širenja gasova pri zagrevanju. Izgled gasnog termometra sa konstantnom zapreminom prikazan je na slici 63.2. Gde je svd sa gasom vezan za širvin manometar. Radi održavanja stalne zapremine gasa, koji se pri zagrevanju širi, jedan kraj manometra je pokretan čime se može nivo žive u drugom manometarskom kraku uvek dovesti na isti početni nivo. Kod ovak termometara promena pritiska gasa sa temperaturom je pravilnija nego kod širenja

tečnih tela. Stoga gasni termometar ima veliku pouzdanost. Osnovni parametar kod gasnog termometra je pritisak date količine gasa pri stalnoj zapremini.



Sl. 63.3. Metalni termometar. Kada se dva metala različitih koeficijentata širenja spoje tako da čine jednu pravu šipku (Dimeralni štap), onda se ova šipka pri promeni temperature krivi i to tako, da pri zagrevanju metal sa većim koeficijentom širenja dodje sa spoljašnje strane krivine (ispupčena strana). Pri hlađenju se događa obrnuto. Dimetalni termometar koji funkcioniše na opisan način prikazan je na slici 63.3. Ovakve bimetalne šipke (gvozdje i cink, ili čelik i mesing itd.) služe, pored merenja



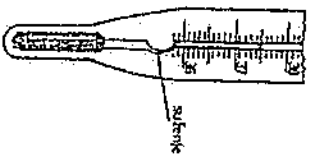
Sl. 63.4

Termoelement. Kada se dva različita metala, na primer, gvozdje i bakar, vežu u kolo kao na slici 63.4., pri čemu sa slojevi A i B na različitim temperaturama, onda će kroz kolo (termospoj) teći struja koju pokazuje galvanometar. Jedan spoj termoelementa (npr. spoj A) drži se na stalnoj temperaturi (smeša vode i leda), a drugi spoj (spoj B) u sredini čija se temperatura meri. Skala galvanometra izabazarena je tako da odmah očita vamo temperaturu. Termoelementi omogućuju precizno merenje temperature.

Pirometri. Pirometri koji mere temperaturu na principu detektovanja zračenja zagrejanog tela pomoću termoelementa. Intenzitet zračenja raste sa temperaturom. U praksi se koriste i optički pirometri, čiji se rad zasniva na činjenici

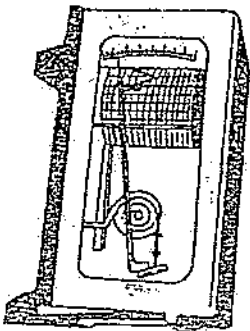
ci da je frekvencija najintenzivnijeg dela spektra toplotnog zračenja srazmerna temperaturi (vidi 63.33).

Maksimalni i minimalni termometri. Često je potrebno znati najveću temperaturu u nekom vremenskom razmaku, na primer, u toku 24 časa, što je naročito važno u meteorologiji. U tu svrhu služi nam maksimalni termometar. Kod ovog termometra na izlazu iz rezervoara cev je sužena, tako da živa pri širenju prolazi kroz ovo suženje. Pri hladjenju, živa u rezervoaru se skupi a njen stub se na suženju prekine. Zaostala stub žive pokazuje svojom gornjom krajem najvišu temperaturu. Pri ponovnom merenju termometar se mora stresati kako bi se zao-
stala živa u cevi vratila u rezervoar. Na ovom principu konstruisan je i lekarski termometar (sl. 63.5).



Minimalni termometar pokazuje najnižu temperaturu u nekom proteklom vremenu. Takav je termometar konstruisan isto kao i maksimalni termometar, samo je punjen alkoholom i u njemu se nalazi tanak stakleni štapić. Kad temperatura raste, alkohol prolazi uz štapić, a kad temperatura pada, alkohol se sa sobom štapić zbog površinskog napona.

Za crtanje dijagrama temperature u nekom vremenskom intervalu služi termograf (sl. 63.6). On se sastoji od spirale



sl. 63.6

cevi koja je napunjena živom. Ta cev se kod porasta temperature rastere, a kod pada temperature skuplja. Ove promene prenose se na kazaljku koja arta dijagram na papiru namotanom na valjak, koji se okreće pomoću satnog mehanizma.

63.2. Temperaturske skale

Dugo se smatralo da je temperatura veličina nezavisna od ostalih fizičkih pojava. Zbog toga su za merenje temperature predlagane različite skale i jedinice (Celsijusova, Reomirova, Farenhajtova¹⁶⁶⁶). Da bi se jednoobrazno merila, temperatura umesto ovih, proizvoljnih temperaturskih skala, u Internacionalnom sistemu jedinica temperatura se meri u apsolutnoj Kelvinovoj¹⁸⁵² skali i izražava se u jedinicama Kelvina (K). Do ovakve temperaturske skale možemo doći ako pomoću tačnog termometra (sl. 63.2) izvedemo sledeći eksperiment:

Termometar ćemo napuniti određenom količinom gasa i merićemo pritisak gasa na tački mržnjenja vode (p_m) i na tački ključanja vode (p_k). Nakon toga ćemo termometar delimično evakuisati i merenje ponoviti. Ovakva merenja ćemo ponavljati sve dok u termometru možemo registrovati bilo kakvu razliku između pritiska p_k i p_m . Kao rezultat merenja dobićemo grafikone prikazan na slici 63.7.

Pokazalo se da za razne gasove ekstrapolisane kri-

¹⁶⁶⁶ Anders Celsius (1701-1744), švedski fizičar i astronom, obelazio je temperaturu ključanja vode brojem 100, a temperaturu mržnjenja vode nulom. Podelan ovog razlojanja su 100 jedinica delova dobijena iz jedinica za temperaturu - ispravu Celsijusov stepen ($^{\circ}C$).

¹⁸⁵² Reijf Anto Farenhajt da Redman (1683-1757), francuski fizičar, jedan od osnivača meteorografije.

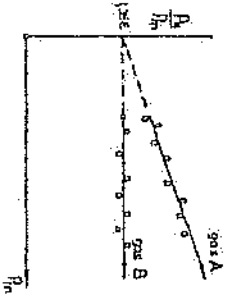
¹⁸⁵² Gabriel Dante Fahrenheit (1686-1736), nemački fizičar, bavio se teradom meteoroloških instrumenta. Inventelj stivnog termometra.

¹⁸⁵² William Thomson, lord Kelvin (1824-1907), engleski fizičar i matematičar, postavio je radovima u termodinamici i električnog talamanja.

ve do $P_m = 0$ daju uvek istu graničnu vrednost 1,36509. Ova granična vrednost se tada konstatira za definiciju apsolutne temperature skale relacijom

$$\frac{T_K}{T_m} = \lim_{P_m \rightarrow 0} \frac{P_K}{P_m} = 1,36509 \quad (63.1)$$

$$= 1,36509 \pm 0,00004$$



Sl. 63.7

Da bi stepeni Kelvina nove skale (K) imali istu vred-

nost kao i stepeni Celzijusove skale ($^{\circ}C$) definiciji (63.1) dodati je uslov $T_K - T_m = 100$, odakle se za tačku mržnjenja vode dobija vrednost $T_m = 273,16$ K. Zbog veze

$$T(K) = 273,16 + t(^{\circ}C) \quad (63.2)$$

očigledno je da se ova ovako definisane temperature skale palazi na $t = 273,16^{\circ}C$ i kasnije čemo videti da je to najniža moguća temperatura.

63.3. Toplota i masena količina toplote

Toplota je jedan od različitih vidova energije. Iz prakse znamo da se toplotna energija dobija u različitim fizičkim i hemijskim procesima. Od fizičkih procesa najznačajniji su trenje i protičenje električne struje kroz provodnik, a od hemijskih - različite hemijske reakcije.

Ako dva tela različitih temperatura dovedemo u kontakt, primetimo da temperatura hladnijeg tela raste, a toplijeg opada. Ovaj proces trajaće sve dotle dok se temperature oba tela ne izjednače. Opisani pojavu karakterisemo tako, što kažemo da je između tela došlo do razmene izvesne količine toplote. Istovremeno, ova pojava nam može poslužiti za definisanje pojma količine toplote.

Kao što je poznato, temperatura je mera unutrašnje

energije tela, tj. mera ukupne energije kretanja njegovih sastavnih delova (atoma ili molekula). To znači da promena temperature dvaju tela u toplotnom kontaktu ne označava ništa drugo do razmenu unutrašnje energije između njih. Toplije telo pre- daje deo svoje unutrašnje energije hladnijem telu. Predata deo unutrašnje energije naziva se *količina toplote*, tako da na osnovu svega iznetog možemo reći da količina toplote predstavlja onaj deo unutrašnje energije tela koje ono razmeni u kontaktu sa drugim telom.

S obzirom da je toplota specifičan oblik energije logično je da se kao i mehanička energija može meriti u džulima (J).

Poznato je da se temperatura nekog tela menja ako mu se dodaje ili oduzima toplota. Ova promena temperature ne zavisi samo od količine toplote predate nekom telu, nego i od mase i prirode tog tela. Zagrevanjem tela iste mase, ali različitih materijala (gvozdje, olovo, staklo) može se zapaziti da su za jednako povišenje temperature potrebne različite količine toplote. Količina toplote dQ koja promeni temperaturu nekog tela od t_1 do t_2 proporcionalna je masi tela m i razlici temperature $\Delta t = t_2 - t_1$ tj.

$$dQ = cm\Delta t \quad (63.3)$$

Faktor proporcionalnosti c naziva se *masena količina toplote* i karakteristična je veličina za svako telo. Ako se u jednadžbi (63.3) uvede da je $m = 1$ Kg, $\Delta t = 1$ K, dobija se

$$dQ = c$$

što znači da je masena količina toplote tela c brojne jednaka količini toplote koju treba dovesti jedinici mase nekog tela, da bi joj se temperatura povišala za jedinicu. Iz (63.3) sledi

$$c = \frac{dQ}{m\Delta t} \quad (63.4)$$

Uzbuha napomenuti da one kretanje nije okusano inertično (ovaj termin je odnosen u literaturi) kao kod gasova i bezmase, u stvari su talima, pravnih geometrijske atome, kretanje ja oscilatorno i ude ga atomi (molekuli) oko svojih ravnotežnih položaja.

Faraz (63.4) važi samo u slučaju kada se masena količina toplote c može smatrati konstantnom, tj. za male intervale temperature Δt . Međutim, po pravilu, masena količina toplote zavisi od temperature, pa se uvek govori o masenoj količini toplote pri datoj temperaturi. Ova fizička veličina se definiše kao

$$c = \frac{dQ}{m dt} \quad (63.5)$$

a relacija za količinu toplote, potrebnu za zagrevanje nekog tela mase m od temperature t_1 do t_2 glasi

$$Q = m \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$$

Prema tome, jednačina (63.4) definiše ustvari srednju vrednost masene količine toplote u intervalu Δt , a jednačina (63.5) tačnu vrednost masene količine toplote na datoj temperaturi. Odnos dQ/dt naziva se *toplota kapacitet* tela i obelježava se sa C_k . Njegova vrednost se određuje iz (63.5), odakle je

$$C_k = \frac{dQ}{dt} = mc \quad (63.6)$$

tj. toplotni kapacitet tela brojno je jednak količini toplote koju je potrebno njemu dovesti da bi mu se temperatura povisila za jedinicu. Masena količina toplote izražava se u J/KgK ; Masena količina toplote čvrstih i tečnih tela može da se meri pomoću vodenog kalorimetra.

63.4. Širenje čvrstih tela pri zagrevanju

Kod većine tela se povećanjem temperature povećava i njihova zapremina, tj. tela se šire podjednako u svim pravcima. Međutim, ako je jedna dimenzija tela znatno veća od druge dve, tada se širenje čvrstih tela može posmatrati samo u jednom pravcu. Tada govorimo o linearnom širenju, jer se širenje u ostalim dimenzijama može zanemariti.

Neka dužina štapa pri temperaturi $t_0 = 0^\circ C$ iznosi l_0 . Sa porastom temperature $\Delta t = t - t_0$ dužina štapa će se povećati za $\Delta l = l - l_0$ (sl. 63.8). Eksperiment pokazuje da povećanje dužine zavisi od prirode materijala i proporcionalno je porastu temperature Δt i počet-



Sl. 63.8

noj dužini l_0, t_0 .

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t \quad (63.7)$$

gde je α *temperaturni koeficijent linearnog širenja*. S obzirom da je $\Delta l = l - l_0$ izraz (63.7) može se napisati kao

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t) \quad (63.8)$$

Izrazi (63.7) i (63.8) važe samo približno kada se radi o malom opsegu temperature. Ako se želi postići veće slaganje obrascu (63.8) sa empirijskim podacima na većim temperaturama mora se odrediti veći broj konstanti α . Tada se izraz (63.8) zamjenjuje jednim redom oblika

$$l = l_0(1 + \alpha t + \alpha' t^2 + \alpha'' t^3 + \dots) \quad (63.9)$$

Iz izraza (63.7) sledi da je

$$\alpha = \frac{\Delta l / l_0}{\Delta t} \quad (63.10)$$

gde $\Delta l / l_0$ predstavlja relativno izduženje šipke. Prema (63.10), α predstavlja relativno izduženje po jednom temperaturnom stepenu. To znači da će se štap dužine 1 metra zagrevanjem za 1 K produžiti za α metara, štap dug 1 kilometar za α kilometara. jer je koeficijent α nezavisan od izbora jedinice dužine. Vrednosti α su veoma male, reda veličina 10^{-5} do $10^{-6} K^{-1}$. Kod metalnih ploča male debljine (npr. kod limova) termičko širenje se posmatra u dva pravca, pri čemu širenje u trećem pravcu zanemaruje. U tom slučaju govorimo o površinskom širenju.

U primeru pravougaone ploče (sl. 63.9), šije su ivice a i b zagrevanjem će doći do širenja u pravcu ivica a i b . Na osnovu

(63.8) to širenje se može predstaviti kao

$$a = a_0(1 + \alpha t) \text{ i } b = b_0(1 + \alpha t) \quad (63.11)$$

gde koeficijent a ima istu vrednost u oba pravca. Kako je površina pravougaone ploče $S = ab$, to je

$$ab = a_0 b_0 (1 + \alpha t)^2$$

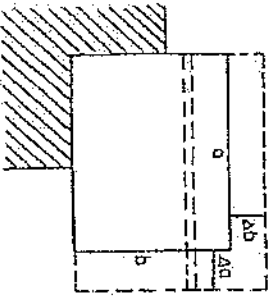
ili

$$S = S_0(1 + 2\alpha t + \alpha^2 t^2) \quad (63.12)$$

gde je S_0 površina ploče na 0°C , a S površina na $t^\circ\text{C}$.

Kako je koeficijent α veoma mali, to se kvadrat $\alpha^2 t^2$ može zanemariti, te je

$$S \approx S_0(1 + 2\alpha t) \quad (63.13)$$



Sl. 63.9

gde je $\beta = 2\alpha$ novi koeficijent koji se zove *temperaturni koeficijent površinskog širenja*.

Istim rezonovanjem, zanemarujući višestepene male veličine α , možemo doći do zakona za zapreminsko širenje, posmatrajući paralelopiped čije su ivice a , b , c .

$$V = V_0(1 + \gamma t) \quad (63.14)$$

gde je $\gamma = 3\alpha$ *temperaturni koeficijent zapreminskog (kubnog) širenja*.

63.5. Širenje tečnih tela pri zagrevanju

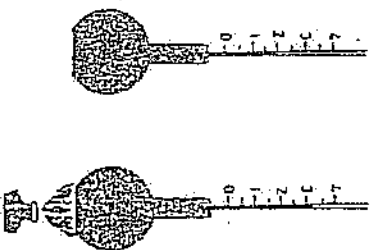
Tečnosti, kao i gasovi, nemaju stalni oblik već uvek zauzimaju oblik suda u kojem se nalaze. Zato kod njih možemo govoriti samo o zapreminskom širenju pri zagrevanju. Za širenje tečnosti pri zagrevanju važi aproksimativno da je

$$V = V_0(1 + \gamma t) \quad (63.15)$$

gde je γ koeficijent zapreminskog širenja tečnosti.

Širenje tečnosti pri zagrevanju može se prikazati pomoću staklenog balona, napunjenog tečnošću, kroz čiji je

zaprtač provučena staklena cevčica (sl. 63.10). Kada se balon



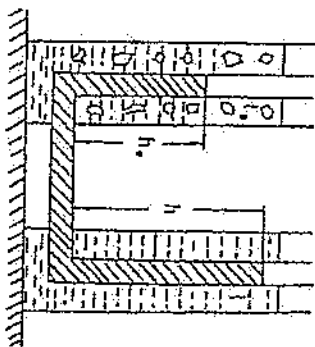
Sl. 63.10

zagreva uočice se podizanje vode u cevčici. Kako se pri ovom zagrevanju širi i balon, to u ovakvim slučajevima važnu ulogu igra razlika zapreminskog koeficijenta širenja tečnosti (γ_a) i materijala od kojeg je napravljen balon (γ_b). Ako je $\gamma_a > \gamma_b$ nivo tečnosti će se penjati u cevčici pri zagrevanju. Kada je $\gamma_a < \gamma_b$ nivo tečnosti u cevčici će se spuštati. U graničnom slučaju, kada je $\gamma_a = \gamma_b$ nivo tečnosti u cevčici se neće pomeriti. Kada se tečnost u balonu zagreje do neke temperature t , onda će njena zapremina porasti prema (63.15) na $V_a = V_0(1 + \gamma_a t)$, a zapremina balona na $V_b = V_0(1 + \gamma_b t)$. Ako je $\gamma_a > \gamma_b$ prividno povećanje zapreminne iznosi

$$V_a - V_b = V_0(\gamma_a - \gamma_b)t \quad (63.16)$$

gde je $\gamma_a - \gamma_b$ prividni koeficijent širenja tečnosti. Prema (63.16) sledi da merenjem razlike $V_a - V_b$ može da se odredi koeficijent širenja neke tečnosti γ_a ako je poznat koeficijent γ_b za materijal balona.

Kako je promena zapreminne tečnih tela pri zagreva-



Sl. 63.11

kupatljivo zagreva, tečnost se u tom kraku U-cevi širi (njenu zapreminska masa postaje manja) tako da će biti na višem nivou od nivoa tečnosti u cevi nezagrejanog kupatila. Ako vasine nivoa levo i desno obeležimo sa h_0 i h , računajući od horizontalnog dela U-cevi, mora biti po zakonu o spojenim sudovima

$$\rho_0 h_0 = \rho h$$

(63.17)

Gde je $\rho_0 = m/V_0$ zapreminska masa na 0°C , a $\rho = m/V$ zapreminska masa na temperaturi t . Stavljajući u izraz (63.15) $V_0 = m/\rho_0$ i $V = m/\rho$ i kombinujući sa (63.17) dobija se

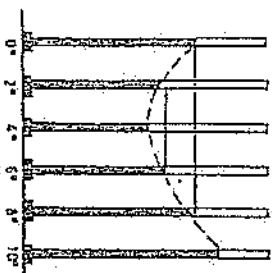
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{h_0}{h} = \frac{1}{1 + \gamma_p t} \quad (63.18)$$

Meranjem h_0 , h i t može se iz (63.18) odrediti γ_p a da širenje balona pri tome nema nikakvog uticaja.

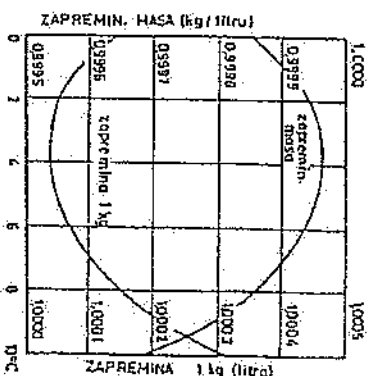
Pojava da se tela pri zagrevanju šire, a pri hlađenju skupljaju ne važi u potpunosti za vodu. Zbog toga je zanimljivo uočiti anomalno ponašanje vode. U temperaturnom području od 0° do 4°C zapreminska voda smanjuje se sa porastom temperature (sl. 63.12). To znači da je koeficijent zapreminskog

⁷ *Exerse Louis DuRoiy (1726-1838) i Alaric-Therese Pettit (1791-1820), francuski fizičari, proučavali su masenu koeficijent toplota tela i vobezanje tela.*

širenja vode u tom temperaturnom području negativan. Iznad 4°C voda se zagrevanjem širi. Prema tome, najveća zapreminska masa vode je pri 4°C . Iz tog razloga jezera i reke lede se na površini, a ne na dubini. Na slici 63.13, prikazana je grafička



Sl. 63.12



Sl. 63.13

zavisnost promene zapreminne i zapreminske mase sa temperaturom.

63.6. Širenje gasova pri zagrevanju

Kod gasova kao i kod tečnosti može se govoriti samo o zapreminskom širenju. Kako se kod gasova pri promeni zapreminne menja i pritisak, to se kod ispitivanja širenja gasova mora pratiti ne samo temperatura i zapremina, već i pritisak. Tako su širenja pri stalnom i promenljivoj pritisaku različit, te ih opisuju različiti fizički zakoni.

Promenu zapreminne pri konstantnom pritisku pokazano pomoću sledećeg ogleda. U balonu (sl. 63.14) se nalazi vazduh pod atmosferskim pritiskom i odvojen je od spoljašnjeg vazduha jednom kapi žive, koja se u početku nalazi u položaju 1. Gas u balonu se prilikom zagrevanja širi, te se kap žive iz položaja 1 premesti u položaj 2. Pri tome je pritisak gasa u balonu ostao nepromenjen. Zapreminska gasa se zagrevanjem po-

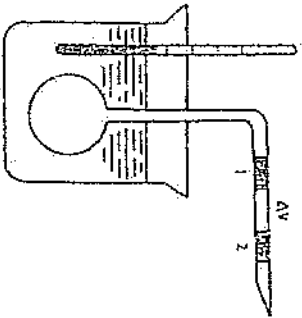
većala za ΔV , te se može napisati da je

$$V_2 = V_0(1 + \gamma t) \quad (63.18)$$

gde je V_0 zapremina na temperaturi 0°C , a V_2 zapremina na temperaturi $t^\circ\text{C}$. Veličina γ zove se *zaprjeminski koeficijent širenja* i za sve gasove ima približno istu vrednost koja iznosi:

$$\gamma = \frac{1}{273,15} = 0,003670^\circ\text{C}^{-1} \quad (63.19)$$

Na osnovu (63.19) može se reći da svi gasovi pri povećanju te-

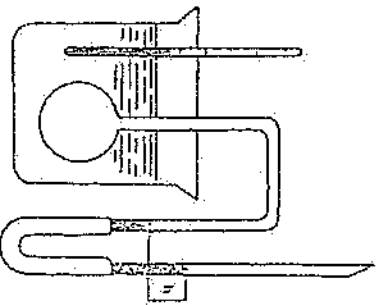


Sl. 63.14

perature za 1°C povećaju svoju zapreminu za $1/273$ deo one zapremine koju gas ima na 0°C .

Promena pritiska pri konstantnoj zapremini može se pokazati pomoću aparature prikazane na slici 63.15.

Gas se nalazi u balonu koji je spojen sa otvorenim živinim manometrom, čiji su kraći spojeni gumenim crevom tako da se desni krak može dizati i spuštati. Na početku merenja živa u ova manometarska kraka stoji na istoj visini. Zagrevanjem vode u sudu istovremeno se zagreva i gas u balonu usledi čega se pritisak gasa povećava, što se manifestuje izdizanjem žive za h u desnom kraku manometra. Dižući desni krak može se podestiti da živa stoji u levoj cevi u istoj visini kako



Sl. 63.15

bi zapremina gasa ostala nepromenjena. Pri tome gas u balonu ni-
je više pod početnim atmosferskim pritiskom p_0 nego pod pritis-
kom $p_0 + h$, gde je h razlika visine živinog stuba u manometru
koja odgovara povećanju pritiska Δp . Ovo povećanje pritiska Δp
pri konstantnoj zapremini gvarizerno je temperaturi, te se može
izraziti kao

$$p_2 = p_0(1 + \gamma t) \quad (63.20)$$

gde je p_0 pritisak gasa na 0°C , a p_2 pritisak istog gasa na te-
peraturi $t^\circ\text{C}$, a γ termički koeficijent pritiska. Koeficijent
 γ ima praktično istu vrednost ($1/273$) kao i koeficijent zapre-
mnskog širenja.

Relacije (63.18) i (63.20) predstavljaju Ger-Lisa-
kov zakon, koji se može formulisati i ovako: svi gasovi usled za-
grevanja šire se prema koeficijentu γ .

63.7. Prenošenje toplote

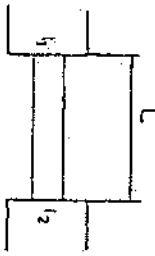
U prirodi se toplota stalno prenosi sa jednog me-
sta na drugo. Taj prenos toplote odvija se spontano sa jednog
tela na drugo i to sa toplijeg na hladnije, tim brže što je
veća razlika temperature između dva tela. Toplotno zračenje
je nevidljivo za naše oko, ali se može oseliti njegovog dejstvo.
Pri analizi procesa prenošenja toplote mogu se uočiti tri pri-
kladno različita načina: provođenje, konvekcija (strujanje)
i zračenje:

a. Provođenje toplote

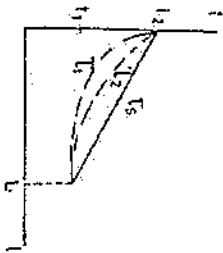
Ako se jedan kraj nekog tela zagreva, može se na
drugom kraju tela izmeriti porast temperature. Taj porast nije
jednak za sva tela. Za metalna tela je povećanje temperature
nazagrevanog kraja veoma primetno, dok je za staklo i drvo, na
primer, ovaj efekat znatno manji.

Znači, možemo razlikovati materijale koji dobro
provode toplotu (toplotni provodnici) i one koji slabo provo-
de toplotu (toplotni izolatori). Kod ovog mehanizma prenošenja
toplote ne pomeraju se delovi tela, već se prenošenje toplote

ostvaruje interakcijom delića koji vrše termičko kretanje. Pokušaćemo da ovu pojavu opišemo kvantitativno. Posmatraćemo štap dužine L i preseka S , pri čemu ćemo jedan kraj štapa spojiti sa telom temperature t_1 a drugi sa telom temperature t_2 (gde je $t_1 > t_2$), kako je to prikazano na slici 63.16.



Sl. 63.16



Sl. 63.17

Ako nizom termometara merimo raspodelu temperature duž štapa, dobićemo zavisnost koja je grafički prikazana na slici 63.17. Na toj slici je predstavljena raspodela temperatura u funkciji od vremena t . Do vremena t_1 temperatura će se na svakom mestu x menjati. Posle vremena t_2 temperatura se uistinu i štap prelazi u stacionarno toplotno stanje. Količina toplote koja prođe kroz štap u jedinici vremena iznosi

$$\frac{dQ}{dt} = - \lambda S \frac{dt}{dx} \quad (63.21)$$

gde je λ koeficijent toplotne provodljivosti, a dt/dx je gradijent temperature.

Koeficijent toplotne provodljivosti zavisi od vrste materijala i veoma malo se menja sa temperaturom. Meri se u jedinicama $[J/smK]$. Koeficijent toplotne provodljivosti za razne materijale dat je u sledećoj tablici:

MATERIAL	λ u $[kJ/mK]$
živa	0,84
olovo	3,5
čelik	5,03
aluminijum	20,5
bakar	30,4
srebro	40
drvo	0,004-0,012
vuna	0,004
pluta	0,004
cigla	0,063
beton	0,084
staklo	0,084
led	0,17
argon	0,0010
kiseonik	0,0023
vazduh	0,0024
vodonik	0,014
helijum	0,014

U stacionarnom stanju temperatura se menja linearno duž šipke, te je

$$\frac{dt}{dx} = \frac{t_2 - t_1}{L} \quad (63.22)$$

pa je u stacionarnom stanju, provedena količina toplote

$$dQ = \lambda S \frac{t_2 - t_1}{L} dt \quad (63.23)$$

b. Prenošenje toplote konvekcijom

Zagrevana voda u kotlu centralnog grejanja prenosi toplotu tako da se šama pokreće po cevima i rebrima radijatora. Takav način prenošenja toplote, pri čemu se toplota prenosi

ostaje na dnu a gornji slojevi nastavljaju da se hlade. Ovaj proces traje dok se gornji sloj vode ne zaledi. Tada ledena kora kao toplotni izolator znatno usporava brzinu hlađenja. Ovaj fenomen omogućuje život u vodi i pri veoma niskim temperaturama.

c. Zračenje

Poznato je da se toplota razmenjuje i između dva tela koja su izolovana bezvazдушnim prostorom – vakuumom. U ovom slučaju se toplota prenosi zračenjem. Toplotno zračenje je vid elektromagnetnog zračenja i ima talasnu prirodu. Pri haotičnom kretanju molekuli materije jedan do svoje energije zrače u vidu toplotnog zračenja. Izračena toplotna energija ne zavisi samo od temperature tela, već i od drugih fizičkih osobina površine tela.

Ukupna energija W_u koja pada na površinu tela sa delimično apsorbuje (W_a), delimično reflektuje (W_r) i delimično prodje kroz telo (W_p), ta prema zakonu održanja energije važi:

$$W_u = W_a + W_r + W_p \quad (63.25)$$

ili

$$\frac{W_a}{W_u} + \frac{W_r}{W_u} + \frac{W_p}{W_u} = 1$$

Uvodjenjem koeficijenta apsorpcije a , koeficijenta refleksije r i koeficijenta propuštanja (transparencije) t definisane kao

$$a = \frac{W_a}{W_u}; \quad r = \frac{W_r}{W_u}; \quad t = \frac{W_p}{W_u} \quad (63.26)$$

bide

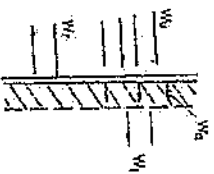
$$a + r + t = 1 \quad (63.27)$$

Koeficijenti a , r i t u jednacini (63.27) kod jednog tela zavise od temperature T i talasne dužine λ .

Ako površinski sloj materijala koji emituje, odneseno apsorbuje, odvojimo zamišljenom površinom (sl. 63.18), nakon (63.26) možemo primeniti i na unutrašnju stranu površinskog sloja, te odavde možemo zaključiti da površina koja najbolje apsorbuje zračenja i najbolje emituje zračenje. Zbog toga je

relativna emisiona sposobnost tela e jednaka koeficijentu apsorpcije a .

Telo za koje je $a = 1$,



Sl. 63.18

telo apsolutno termopropustljivo

ili dijametrično.

Ukupna emisiona moć crnog tela je data Stefan-Boltzmanovim zakonom:

$$W_{ec} = \sigma T^4 \quad (63.28)$$

gde je $\sigma = 5.7 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ tzv. Stefan-Boltzmanova konstanta.

Emisiona moć bilo kojeg tela se može napisati u

$$\text{obliku} \quad W_e = e\sigma T^4 \quad (63.29)$$

gde je e relativna emisiona sposobnost tela i zavisi od strukture njegove površine i može biti između 0 i 1, $0 < e < 1$.

Zbogći za ove zakone emisije toplotnog zračenja ispitacemo razmenu toplotne energije između dve površine koje se nalaze na temperaturama T_1 i T_2 (sl. 63.19).

Energija koja pada u jedinici vremena na jedinicu površine (7) se može (zanemarujući transparentnost) napisati u

⁴ Josef Stefan (1835-1893), slovenski fizičar, profesor na Sveučilištu u Beču. Eksperimentalno je otkrio zakon zračenja crnog tela.

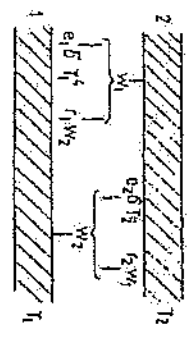
^{4b} Ludwig Boltzman (1844-1906), austrijski fizičar, jedan od najznačajnijih naučnika epohe koja je prethodila kvantnoj fizici. Značajan je po radovima o kinetičkoj teoriji gasova.

obliku

$$W_1 = \epsilon_1 \sigma T_1^4 + \epsilon_1 W_2 \quad (63.17)$$

Slično je energija koja pada na površinu (2) data

$$W_2 = \epsilon_2 \sigma T_2^4 + \epsilon_2 W_1 \quad (63.18)$$



znade, brzina prenošenja toplotne energije između ove dve površine je

Sl. 63.19

$$W_2 - W_1 = \sigma(T_2^4 - T_1^4) f(\epsilon_1, \epsilon_2) \quad (63.22)$$

gde je f funkcija emisivnih

moći koju nasmo napisati eksplisitno.

Prema Stefan-Bolcmanovom zakonu količina emitovane toplotne energije raste veoma brzo s temperaturom. Tako, na primer, blok bakra pri 1000°C (373 K) emituje odprilike 0,03 vata sa svakog cm² svoje površine. Već pri temperaturi od 5000°C (773 K) svaki cm² emituje 0,5 vata, a kod 10000°C (1273 K) čak 4 vata. Ova izračunata energija po pravilu je mešavina velikog broja talasnih dužina. Međutim, za svaku temperaturu postoji određena talasna dužina λ_m oko koje se emituje najveći deo energije. λ_m je talasna dužina obrnuto proporcionalna temperaturi, što je dato tzv. Vinovim zakonom

$$\lambda_m T = konst. \quad (63.23)$$

Vrednost konstante zavisi od izbora jedinica. Za λ u santimetrima, a T u K, vrednost konstante iznosi 0,5999 cm.K. Iz toga proizilazi da se, na primer, pri temperaturi 3000°C najviše energije emituje sa talasnom dužinom od oko $9 \cdot 10^{-4}$ cm (9μ), što je znatno ispod vidljive svetlosti (0,4 - 0,8 μ), dakle u području infracrvene svetlosti.

⁴ Wilhelm Wien (1864-1928), nemački fizičar. Za radove iz termodinamike i kvantne zračivanja dobio je Nobelovu nagradu 1911.

I Stefan-Bolcmanov i Vinov zakon posledica su opšteg Plankovog zakona zračenja, koji ćemo proučavati na drugom mestu.

3. Njutnov zakon hlađenja

Ako nalika u temperaturi tela t i okoline t_g nije velika (provodjenje se sveđa na najmanju mazu, a prenos toplote na veći konveksijom) brzina kojom telo gubi toplotu, tj. brzina kojom mu se smanjuje temperatura linearno je zavisna od razlike $t - t_g$. To je uočio Njutn i na ovaj zakon po njemu i zove se

matematički se ovaj Njutnov empirijski zakon hlađenja može napisati u obliku

$$\frac{dt}{dt} = -k(t - t_g) \quad (63.30)$$

Odnosno se integracijom dobija

$$\ln(t - t_g) = -kt + C \quad (63.35)$$

Ako u (63.35) uvrstimo početni uslov da je za $t = 0$, $t = t_0$ (početna temperatura tela) i dobijamo za konstantu integracije vrednost

$$C = \ln(t_0 - t_g) \quad (63.36)$$

pa zakon hlađenja u konačnom obliku glasi

$$t = t_g + (t_0 - t_g) \cdot e^{-kt} \quad (63.37)$$

II KINETIKA TEORIJA TOPLOTE

64.1. Atomsko-molekularni sastav materije

Počev od 18. veka, zahvaljujući uglavnom razvoju eksperimentalnih metoda hemije i fizike, došlo se do niza otkrivanja (Branovo kretanje, difuzija, Daltonov i Faradejev zakon), koja su ukazivala na to da se materija sastoji od delića koji su, prema Planku (1887-1947) Nobelovim, jedan od osnovnih kvantne mehanike

su u zemaljskim uslovima stabilni. Ovim deljcima koja predstavljaju najmanje karakteristične delove hemijskih različitih oblika materije antički filozof Demokrit dao je ime atom. Otkriće činjenice da materija nije kontinuirana, već da se sastoji od diskretnih delova, koji odredjuju karakterističke makrofizičke celine, pokrenula je razvoj saznanja o strukturi materije. Sa hvaljujući razgranatim istraživanjima u hemiji dokazano je da ogroman broj različitih oblika materije, koje srećemo na Zemlji, nastaje vezivanjem svega oko stotinaak vrsta atoma u molekule, koji su u zemaljskim uslovima takodje stabilni, ali daleko manje stabilni od atoma.

Posle odredjivanja tačnih relativnih atomskih i molekularskih masa pojedinih atoma i molekula, postavilo se pitanje jedinice za količinu supstance sa kojom se radi. Jasno je da se ne može računati sa pojedinačnim atomima ili molekulima, već sa mnogivom atomu, molekula ili jona. Zbog toga je predloženo da se za osnovnu jedinicu za količinu supstance uzme mol. *MoI je količina supstance (gradića) sistema koji sadrži toliko elementarnih jedinica koliko ima atoma u 0,012 kilograma izotopa ugljenika C-12.* Kad se upotrebljava mol, elementarne jedinice se moraju navesti; to mogu biti atomi, molekuli, joni, elektroni itd. Ili pak definisane (odredjene) skupine takvih čestica.

Neka se u masi m određena supstance nalazi količina (moštvo) od n molova definisanih (odredjenih) jedinica te supstance. Količnik između mase supstance m i broja molova n

Relativna atomna masa (A_r) je relativna broj, koji pokazuje koliko je puta prosečna masa atoma nekog elementa veća od jednog atoma izotopa ugljenika C-12. Masa jednjaka 1/12 mase atoma C-12 zove se atomna masa jednjaka. Označava sa a, u, a ima vrednost u = 1,66 · 10⁻²⁷ kg. Relativna atomna masa može se odrediti za odgovarajuću masu atoma u = A_r · u. Prosečna masa atoma nekog elementa predstavlja srednju vrednost mase atoma različitih izotopa koja su u prirodi raseljeni.

Relativna molekularna masa (M_r) je relativna broj, koji pokazuje koliko je puta prosečna masa nekog molekula veća od 1/12 mase atoma ugljenikog izotopa C-12. On ostvari ove definicije je M_r = m_m/u. Otvude je masa molekula m_m = M_r · u.

je molarna ili molekularna masa M te supstance

$$M = \frac{m}{n}$$

jedinica za molarnu masu je kg/mol ili kmol⁻¹. U upotrebi je i decimalna jedinica gmol⁻¹. Tako je molarna masa kiseonikovih i decimalna jedinica jednjaka O) 15,999 gmol⁻¹ ili 15,999 · 10⁻¹ atoma (atom kiseonika-jednjaka O) 15,999 gmol⁻¹ ili 15,999 kg kmol⁻¹. Isto tako, molarna masa kiseonikova ili 2 · 15,999 · 10⁻¹ kmol⁻¹ ili 2 · 15,999 kg kmol⁻¹.

Ako se uzme bilo koji element u količini čija je masa jednaka molskoj masi ona će sadržati isti broj elementarnih jedinica (atoma, molekula, jona, elektrona itd.). Taj broj nih jedinica (atoma, molekula, jona, elektrona itd.). Taj broj se naziva Avogadrov broj i označava se obično sa N_A. Njegova vrednost, određena različitim eksperimentalnim metodama, iznosi

$$N_A = (6,022015 \pm 0,000031) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad (64-13)$$

Koliko je velik ovaj broj ilustriravamo sledećim primerom. Jedan mol zrna pirinča mogao bi prekriti površinu Zemlje slojem debljine od 30 m. Ili, ukoliko se jedan mol (N_A molekula) supstance ravnomerno rasporedi po celoj Zemljinj površini, onda bi na svaki cm² došlo oko 10¹⁴ molekula. Ovakva na veoma male mase u atoma i molekula one se obično ne izražavaju u kg već preko atomske mase jednjake u definisane kao

$$1 \text{ u} = (16 \cdot 10^{-27} \text{ kg mol}^{-1}) / N_A = 1,660565 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (64-14)$$

$$1 \text{ u} = (1 \text{ gmol}^{-1}) / N_A = 1,660565 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

Masa jednog atoma u_a odnosno molekula u_m može se dobiti množenjem relativne atomske ili molekulske mase sa atomskom masenom jedinicom: u_a = A_r · u i u_m = M_r · u

¹⁴ Avogadro broj (1776-1856), italijanski fizičar, profesor u Torinu. Uvao pojam molekula.

Za određenu vrstu supstance, određeno vrstu jedinica molarna masa M , izražena u jedinicama $gmol^{-1}$ ili $kg\ kmol^{-1}$ je konstantna veličina, a brojno jednaka relativnoj atomskoj masi A_r , odnosno relativnoj molekularnoj masi M_r , tj.

$$M(gmol^{-1}) = A_r \text{ odnosno } M(gmol^{-1}) = M_r$$

Zamenom A_r i M_r u (64.3) sa M sledi da se masa atoma ili molekula može izračunati preko izreza

$$m_a = M \cdot 10^{-27} \quad \text{ili} \quad m_m = M \cdot 10^{-27} \quad (64.4)$$

Tako, na primer, za atom vodonika (H) relativna atomska masa iznosi $A_r = 1,008$, a molska masa je $M = 1,008\ gmol^{-1} = 1,008\ kg\ kmol^{-1}$, pa je masa atoma vodonika prema (64.3)

$$m_a = A_r \cdot 10^{-27} = 1,008 \cdot 1,660565 \cdot 10^{-27} = 1,67 \cdot 10^{-27}\ kg$$

a prema (64.4)

$$m_m = M \cdot 10^{-27} = 1,008 \cdot 1,660565 \cdot 10^{-27} = 1,67 \cdot 10^{-27}\ kg$$

Za molek. vodonika (H_2) relativna molekulska masa iznosi $M_r = 2,016$ a molska masa je $M = 2,016\ gmol^{-1} = 2,016\ kg\ kmol^{-1}$ pa je masa molekula vodonika prema (64.3) i (64.4)

$$m_m = M \cdot 10^{-27} = 2,016 \cdot 1,660565 \cdot 10^{-27} = 3,34 \cdot 10^{-27}\ kg$$

$$m_m = M \cdot 10^{-27} = 2,016 \cdot 1,660565 \cdot 10^{-27} = 3,34 \cdot 10^{-27}\ kg$$

Ako uzmemo m grama neke supstance i ako je n njena molska masa, onda će broj molova n koji se nalazi u masi m biti

$$n = \frac{m}{M}$$

Može se pokazati da mol bilo kojeg gasa pri normalnim uslovima ($t = 273\ K$ i $p = 101\ 325\ Pa$) zauzima istu zapreminu i da je kod svih gasova ista. Tako, na primer, znaoći da n molekula ($1\ mol$) ima masu za H_2 od $m = 2,016 \cdot 10^{-3}\ kg$ i zapreminski masu pri normalnim uslovima $p = 0,06987 \cdot 10^{-3}\ kg/dm^3$, a za azot (N_2) $m = 28,00 \cdot 10^{-3}\ kg$ i $p = 1,2505\ kg/dm^3$ daje preko relacije $p = m/V$ tražene zapremine

$$V = \frac{m}{p} = \frac{2,016 \cdot 10^{-3}}{0,06987 \cdot 10^{-3}} = 22,4\ dm^3 = 22,4\ l$$

$$V = \frac{m}{p} = \frac{28,00 \cdot 10^{-3}}{1,2505 \cdot 10^{-3}} = 22,4\ dm^3$$

Iste vrednosti, $22,4\ dm^3$, dobili bismo i za druge gasove. Dakle, mol ma kog gasa pri normalnim uslovima zauzima zapreminu od $22,4\ dm^3$ (ili $22,4\ l$). Tu zapreminu obeležavamo sa V_0 i nazivamo molarom zapreminom i njena tačna vrednost iznosi

$$V_0 = 22,415\ dm^3 = 22,415\ cm^3 = 22,4 \cdot 10^{-3}\ m^3 \quad (64.5)$$

Pri normalnim uslovima u jedinici zapremine bilo kog gasa uvek imamo

$$L = \frac{N_A}{V_0} = \frac{6,022 \cdot 10^{23}}{22,415} = 2,7 \cdot 10^{19}\ \text{molekula/cm}^3$$

Broj L naziva se Losmitovim brojem,

Kako je većina gasova u molekularnom stanju, izuzav plemenitih (He, Ne, Kr, Xe, Ar i dr.) koji su u atomskom stanju, to ćemo pod nazivom molekuli podrazumevati, ukoliko to drugacije nije naglašeno i atome (jednoatomske molekuli).

64.2. Osnovne pretpostavke kinetičke teorije toplote

U osnovi kinetičke teorije toplote leže sledeće pretpostavke:

a. Sva tela se sastoje od ogromnog broja stabilnih malih deliца (molekula).

b. Molekuli se u telima stalno kreću. Ovo kretanje je neuredjeno (hemično) i na njega se može uticati samo promenom temperature tela. Ovakvo kretanje molekula se naziva termičkim kretanjem. Na postojanje termičkog kretanja molekula ukazuju makroskopske pojave, kao što je širenje gasa po celoj zapremini zatvorenog šuda, kretanje molekula vazduha u atmosferi i u popud stalnoj dejstva gravitacione sile, itd. Termičko kretanje molekula u tehnostima je otkrio bicarićar Brcum u 1827.

⁴ Robert Brown (1773-1858), škotski botaničar.

matraljući pod mikroskopom polenov prah suspendovan u tečnosti. Po njemu je ovo kretanje, koje nastaje zbog udaraka molekula, tečnosti u suspendovane deliće, nazvano Braunovim kretanjem. U čvrstom agregatnom stanju se termičko kretanje ogleda u oscilacijama međusobno vezanih molekula oko ravnotežnog položaja.

e. Između molekula vladaju sile koje zavise od tipa molekula i od međumolekularnog rastojanja. Kvalitativne razlike između materije u raznim agregatnim stanjima (gasovi, tečno, čvrsto) mogu se objasniti time što intenzitet međumolekularne sile zavisi od rastojanja među molekulima.

64.1. Idealni gas. Jednačina stanja idealnog gasa

U gasovitom agregatnom stanju su rastojanja između molekula velika, pa je dejstvo međumolekularnih sila zanemarljivo. To znači da se veliki broj fizičkih osobina gasova može objasniti prostom pretpostavkom da se molekuli različitih gasova razlikuju samo po masama. Ovo je razlog zbog kojeg je kinetička teorija veoma jednostavno mogla uspešno da objasni mnoge osobine materije u gasovitom stanju.

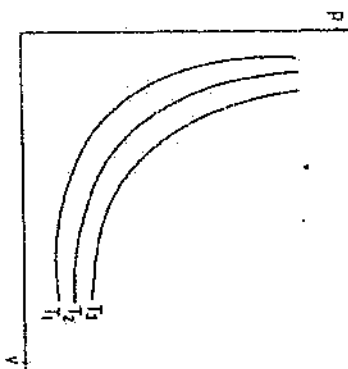
Osnovne zakonitosti ponašanja gasova se mogu najjednostavnije dokazati ako se pretpostavi da se opisuju tzv. idealni gas. Pod tim pojmom se podrazumeva gas koji se sastoji od velikog broja deliĉka ĉija je zapremina zanemarljiva u odnosu na zapreminu gasa i koji međusobno interaguju samo elastiĉnim sudarom.

Pri niskim pritiscima i visokim temperaturama svi gasovi se mogu smatrati idealnim. Eksperimentalnim ispitivanjem gasova pri ovakvim uslovima, otkriveni su sledeći zakoni:

1. Bojli-Charlotov zakon. Pri konstantnoj temperaturi, zapremina gasa koji gasu koja je odredjena brojem molekula n , je obrnuto proporcionalna pritisku, pri konstantnoj temperaturi i zapremini odredjena koliĉinom gasa pri danoj temperaturi je konstantna, tj.

$$pV = \text{const.} \quad (za \ n = \text{const.} \ i \ T = \text{const.}) \quad (64.6)$$

Ova definicija predstavlja Bojli-Charlotov zakon. Matematiĉki jednaĉina (64.6) predstavlja u tzv. p-V dijagramu jednakostranu hiperbolu (sl. 64.1). Vrednost konstante u jednaĉini (64.6) zavisi od temperature. Prema tome, svakoj temperaturi odgovara odredjena jednakostrana hiperbola iz familije date jednaĉinom (64.6). Kako svaka taĉka u p-V dijagramu



ne sliĉi 64.1. predstavlja odredjeno stanje gasa, svaka kriva u dijagramu predstavlja zapravo odredjeni proces pri kojem gas prelazi razliĉite pritiske i zapremine, zadržavajući pri tome istu temperaturu. Kriva koja prikazuje takav proces zove se izoterma.

2. Gej-Lisakov zakon. Zavisnost zapremine od temperature pri konstantnom pritisku i pritiska od temperature pri konstantnoj zapremini date koliĉine gasa odredjena je Gej-Lisakovim zakonima (koje smo veĉ spomenuli u 63.5):

a. Zapremina ĉisto koĉiĉin gasa pri datom pritisku p linearno se menja sa temperaturom, tj.

$$V = V_0(1 + \gamma T) \quad (\text{pri } n \ i \ p = \text{const.}) \quad (64.7)$$

Robert Boyle (1627-1691), irski fiziĉar i hemiĉar, otkrio je zakon o ekvidistantnosti gaza ĉakrio je i ulogu koĉionika pri gorivanju.

Na Edmūd Mariotte (oko 1620-1684), francuskog fiziĉara.

Joseph Gay-Lussac (1778-1850), francuski fiziĉar i hemiĉar, dala je matematiĉki zakon o linearnu gazona postavio je i zakon o zapreminskoj ekspanziji gasova. Eksperimentalno je utvrdio zakon o ekspanziji gasova na visokim pritiscima i temperaturama. Zakon koji se odnosi na visokim pritiscima i temperaturama je da se klasiĉni zakoni ne mogu primeniti na gasove u takvim uslovima. Zakon koji se odnosi na visokim pritiscima i temperaturama je da se klasiĉni zakoni ne mogu primeniti na gasove u takvim uslovima.

gde je V_0 zapremina gasa na 0°C , V je zapremina gasa na temperatu-
 turi t , a $\gamma = 1/273,15$ termički koeficijent širenja gasa. Iz
 (64.7) sledi da je:

$$\gamma = \frac{V - V_0}{V_0 t} = \frac{\Delta V}{V_0 t} \quad (64.11)$$

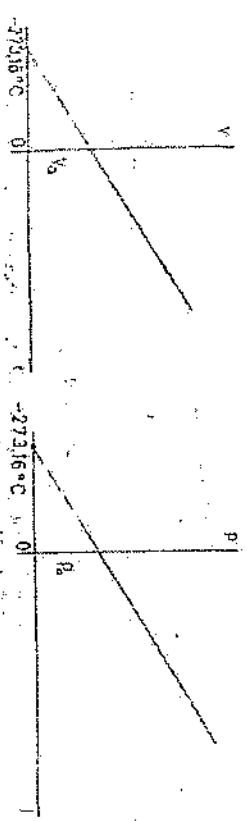
Prema (64.8) produžava da svi gasovi pod stalnim pritiskom pri
 povećanju temperature za 1°C , povećavaju svoju zapreminu za
 $1/273,15$ deo one zapremine koju je gas imao na 0°C . Promena zapre-
 mine gasa koja se vrši pri stalnom pritisku predstavlja izodernu (64-
 9) (p = konst.).

U prilozi date koeficijent gasa pri stalnoj zapremini izračuna se prema na-
 značenoj jednačini (64.9):

$$p = p_0(1 + \gamma t) \quad (\text{pri } n \text{ i } V = \text{const.}) \quad (64.12)$$

Šta je po pritisku gasa na 0°C , p je pritisak gasa na temperaturi
 t , a $\gamma = 1/273,15$ termički koeficijent pritiska. Promena sta-
 nja gasa koja se vrši pri stalnoj zapremini predstavlja izohornu
 proces ($V = \text{const.}$).

Grafički prikaz relacija (64.7) i (64.9) oblikovan
 predstavljaju pravu (64.7, 164.9) koje presecaju apsolutnu
 osu u tački $t = -273,15^\circ\text{C}$. Temperatura od $-273,15^\circ\text{C}$ predstavlja



Sli. 54.2

podatak Kelvinova skale, kao što smo rekli u poglavlju 63.2. Gas-
 -ovskovi zakoni delimično nam objašnjavaju zašto je to najniža
 moguća temperatura. Na osnovu (64.9) vidimo da pritisak gasa na

ovoj temperaturi ne vrši pritisak na zid sudu. Kako je pritisak
 posledica udara molekula o zidove suda, sledi da se na ovoj tem-
 peraturi zaustavlja najbrže kretanje molekula u prostoru. Pri-
 vidna "presustica" koja sledi iz (64.7), da gas na najnižoj tem-
 peraturi bude zapreminu posledica je pretpostavke o "idealnom"
 gasu koji deluje nemaju zapreminu.

Prema jednačinama (64.6), (64.7) i (64.9) sledi da
 je jedna gasa određene sa četiri parametara: količinom gasa n ,
 temperaturom T , pritiskom p i zapreminom V veza između ovih
 veličina data je u matematičkom obliku

$$p(n, p, V, T) = 0 \quad (64.10)$$

predstavlja opšti oblik funkcije stanja gasa. Praktično se
 kod čvrstih i tečnih tela ne uzimaju u obzir svi ovi parametari,
 ali kod gasova svaka promena jedne od ovih veličina izaziva
 znatnu promenu drugih. Prema tome, kada se funkcija (64.10) od-
 govdi određeni su i zakoni na kojima se ponosaju gasovi:

Sada ćemo, polazeći od navedenih zakona, izvesti je-
 dinstvnu gasnog stanja koja povezuje dva četiri parametara u jed-
 načini (64.13).

Reka su p_0 i V_0 pritisak i zapremina određene koli-
 čine gasa na temperaturi 0°C . Ako se na toj temperaturi promeni
 pritisak od p_0 na p , onda će se promeniti i zapremina od V_0 na
 V . Kako je ova promena izotemska ($T = \text{const.}$) po Bojli-Marija-
 tovom zakonu dade

$$p_0 V_0 = pV \quad (64.11)$$

Zagrevje li se sada gas od 0°C na $t^\circ\text{C}$, pri stalnom pritisku p
 ($p = \text{const.}$), gas će se širiti te da prema Gej-Lisakovom zako-
 nu dade

$$V = V_0(1 + \gamma t)$$

Učinimo

$$V_0 = \frac{V}{1 + \gamma t} \quad (64.12)$$

Zamenom V' u jednačini (64.11) dobija se

$$p_0 V_0 = p \frac{V}{1 + \gamma T}$$

odnosno

$$pV = p_0 V_0 (1 + \gamma T) \quad (64.13)$$

Kako je $\gamma = 1/273,15 = 1/T_0$, a $T = 273,15 + t$ izraz (64.13) postaje

$$pV = p_0 V_0 \frac{T}{T_0}$$

ili

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \quad (64.14)$$

Iz izraza (64.14) izlazi da pri promeni stanja određene količine gasa važećih pV/T ostaje nepromenjena, tj.

$$\frac{pV}{T} = \text{const.} \quad (64.15)$$

odnosno

$$pV = \text{const. } T \quad (64.16)$$

Vrednost konstante u izrazu (64.16) zavisi od količine gasa.

Ako se uzme 1 mol nekog gasa pri $p_0 = 101,325 \text{ Nm}^{-2}$, $V_0 =$

$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$ i $T_0 = 273,15 \text{ K}$ konstanta će imati vrednost

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{101,325 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3}}{273,15} = 8,314 \text{ J/mol K}$$

Prema tome veličina $p_0 V_0 / T_0$ jednaka je na sve gasove i predstavlja univerzalnu gasnu konstantu. Ta se konstanta obeležava slovom R i njena tačna eksperimentalna vrednost iznosi

$$R = (8,31441 \pm 0,00026) \text{ J/mol K}$$

Sada se za 1 mol bilo kojeg gasa može prema (64.16) napisati jednačina gasnog stanja

$$pV = nRT \quad (64.17)$$

odnosno za proizvoljnu količinu od n molova gasa

$$pV = nRT \quad (64.18)$$

ili

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (64.19)$$

Jednačina (64.18) poznata je pod imenom Klapejronova jednačina stanja idealnog gasa.

64.4. Osnovna jednačina kinetičke teorije gasova.

Daltonov zakon

Gas koji se nalazi u sudu predstavlja, sa tačke gledišta molekularno kinetičke teorije, skup molekula koji se haotično kreću. U procesu tog kretanja molekuli udaraju o zidove suda. Pri svakom udaru molekuli deluju na zid nekom relativno slabom silom koja je normalna na površinu zida suda. Zbog ogromnog broja molekula zidovi suda trpe skoro neprekidno dejstvo nekog relativno velike sile koja je normalna na zidove suda. Ako se obratuna na jedinicu površine zida ova sila će očigledno predstavljati pritisak gasa. Na taj način pritisak gasa je urolavljen toplinom kretanjem njegovih molekula i pojavljuje se zahvaljujući udarima molekula o zidove suda. Sila udara molekula zavisi od brzine njihovog kretanja, a to znači i od kinetičke energije translatornog kretanja molekula. Zbog toga pritisak gasa mora biti funkcija f srednje kinetičke energije translatornog kretanja gasnih molekula \bar{E} , tj.

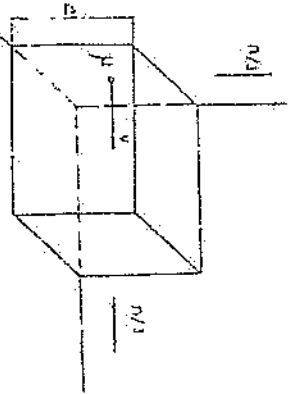
$$p = f(\bar{E}) \quad (64.20)$$

Osnovna jednačina kinetičke teorije idealnog gasa upravo daje zavisnost između pritiska gasa i srednje kinetičke energije translatornog kretanja njegovih molekula, tj. daje konkretan oblik funkcije f . Osnovna jednačina bila je izvedena (u sadašnjem obliku) od strane Klauzijusa * 50-tih godina XIX veka.

* *Briefe Clapuyron (1789-1864), Parisische Physik v. Instruktion, jedan od osnivača termodynamike.*

* *Rudolf Clausius (1822-1888), nemački fizičar, jedan od osnivača termodynamike i kinetičke teorije gasova. Uveo je pojam entropije u naučnu terminiku.*

Mađemo izvesti osnovnu jednačinu za primaru kretanje gas nalazi u sudu u obliku kocke sa ivicama dužine l (Sl. 64.19). Posmatrajmo jedan molekuli



Sl. 64.19

imaćemo da $\Delta x = lv = (-lv) = 2lv$. Ako sila udara molekula o zid bude označeno sa ΔF a sa Δt vreme trajanja sudara tada će sa-
 računano zakonu promene količine kretanja impulsa sila biti jednak
 promeni količine kretanja

$$\Delta F \Delta t = 2mv \quad (64.21)$$

Sila ΔF kojom molekul deluje na zid traje kratko, samo u mo-
 mentu udara. Ostali, i pri tom veliki deo vremena između dva
 uzastopna sudara molekuli ne deluje na taj zid. Ako se Δt ozna-
 čimo vreme između dva uzastopna sudara posmatranog molekula
 o istom zidu, za to vreme molekul će preći dve dužine ivice
 kocke (2 lv). Zbog toga će srednja sila $\overline{\Delta F}$ delovanja molekula
 za vreme Δt na zid biti znatno manja od stvarne sile ΔF . Obi-
 čajno je da će vrednost impulsa srednje sile biti jednak vre-
 dinosti impulsa stvarne sile

$$\overline{\Delta F} \Delta t = \Delta F \Delta t = 2mv \quad (64.22)$$

Kako se molekul kreće konstantnom brzinom, vreme između dva
 uzastopna sudara Δt bude

$$\Delta t = \frac{2lv}{v} \quad (64.23)$$

te izraz za srednju silu (64.22) kojom jedan molekul deluje na
 zid kocke poprima oblik

$$\overline{\Delta F} = \frac{mv^2}{lv} \quad (64.24)$$

Ako sa n označimo ukupan broj molekula u kocki, između dve pa-
 ralelne strane kocke će se kretati $n' = n/3$ molekula (jer su
 svi pravci kretanja ravnopravni). U principu, svaki od n' mole-
 kula može imati drugaćiju brzinu, te se ukupna sila na posma-
 trani zid može napisati kao

$$F = \frac{1}{lv} \sum_{i=1}^{n'} \frac{1}{2} m v_i^2 \quad (64.25)$$

Uvedeći definiciju srednje vrednosti kvadrata br-
 zine molekula

$$\overline{v^2} = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} v_i^2 \quad (64.26)$$

za ukupnu srednju silu dobijamo izraz

$$F = \frac{1}{3lv} \sum_{i=1}^{n'} m v_i^2 \quad (64.27)$$

pa pritisak na zid suda možemo izraziti kao

$$p = \frac{F}{A} = \frac{1}{3lv} \sum_{i=1}^{n'} m v_i^2 \quad (64.28)$$

Kako je $n' = n/3$, a broj molekula u jedinici zapremine je $n_0 =$
 n/V , sledi

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \overline{v^2} \quad (64.29)$$

Ako sa

$$\overline{c^2} = \frac{m \overline{v^2}}{2} \quad (64.30)$$

označimo srednju kinetičku energiju translacionog kretanja mo-
 lekula i ovu veličinu uvrstimo u (64.29) dobijemo osnovnu jed-

činu kinetičke teorije gasova

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_r \quad (64.31)$$

Vidimo da se u njoj makrofizička veličina pritisak izražava kao srednja vrednost mikrofizičke veličine, kinetičke energije molekula. Možeći jednačinu (64.31) sa molarnom zapreminom V_0 i uzimajući u obzir da u molarnoj zapremini ima $n_0 V_0 = N_A$ molekula, dobijamo

$$pV_0 = \frac{2}{3} N_A \bar{\epsilon}_r \quad (64.32)$$

Na osnovu opšte jednačine gasnog stanja izraz (64.32) možemo napisati u obliku

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T \quad (64.33)$$

Količnik $R/N_A = k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ [J/K] se naziva Boltzmanovom konstantom i uobičajeno je da se (64.33) piše u obliku

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{3}{2} k T \quad (64.34)$$

Dobijena jednačina nam daje mikrofizičko značenje temperature. Vidimo da je temperatura mera srednje kinetičke energije molekula. Na osnovu (64.34) možemo lako videti zašto se temperatura $T = 0$ zove apsolutnom nulom temperature skale, a ovoj temperaturi prestaje kretanje molekula, te je jasno, da niža temperatura ne može da postoji.

Treba da podučimo da $\bar{\epsilon}_r$ zavisi samo od apsolutne temperature, a ne i od mase molekula.

Daltonov zakon. Pokušaćemo da zakon (64.31) primenimo na gasnu smešu da bi izračunali pritisak koji gasna smeša rbi na zidove suda.

Pretpostavimo da smeša gasa u jedinici zapremine

* *Avogadrova mešavina pokazuje da i na apsolutnoj nuli postoje vrzanja molekula koje je oscilacionog tipa i nastaju se nulto oscilovanja, što postavljanje je posledica Hejzenbergovog principa neodređenosti.*

sadrži n_01 molekula prve vrste, n_02 molekula druge vrste, itd. Ukupan broj molekula u jedinici zapremine će biti

$$n_0 = n_01 + n_02 + \dots \quad (64.35)$$

Pošto svi molekuli na datoj temperaturi imaju istu srednju kinetičku energiju, pritisak koji smeša vrši na zidove suda može da se napiše u obliku

$$p = \frac{2}{3} n_0 \bar{\epsilon}_r = \frac{2}{3} (n_01 + n_02 + \dots) \bar{\epsilon}_r = p_1 + p_2 + \dots \quad (64.36)$$

gde su p_i parcijalni pritisci, tj. pritisci koji bi vršila pojedine komponente smeše kada bi se u sudu nalazile same i u istoj količini kao u smeši. Zakon (64.36) se zove Daltonovim zakonom i tvrdi da je da je za datazhe gasove pritisak smeši jednak zbiru parcijalnih pritiska gasova koji čine smešu.

64.5. Raspodela energije po stepenima slobode

a. Broj stepeni slobode mehančkog sistema

Brojem stepeni slobode mehančkog sistema se naziva broj nezavisnih koordinata koje određuju položaj sistema. Izračunavamo broj stepeni slobode za različite mehančke sisteme.

1. Materijalna tačka u prostoru

Položaj materijalne tačke u prostoru određen je sa tri koordinate (x, y, z) , te prema gornjoj definiciji materijalna tačka u prostoru ima tri stepena slobode. Stepeni slobode materijalne tačke se zovu translacionim stepenima slobode.

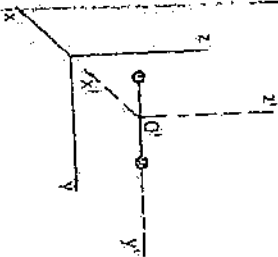
2. Dve materijalne tačke sa stalnim međusobnim rastojanjem

Položaj ovog sistema u prostoru može se odrediti sa koordinatama centra mase (x_0, y_0, z_0) u koji se stavlja početak koordinatnog sistema O' (sl. 64.5) i sa dva ugla θ i ϕ koji opisuju rotaciju sistema oko z' i x' ose. (Osa y' leži duž pravca koji spaja dve materijalne tačke. Oko ova osa sistem nema moment inercije i ne može da prima rotacionu energiju.)

Vidimo da ovaj sistem ima tri translaciona i dva rotaciona stepena slobode.

3. Sistem od tri i više materijalnih točkica na stalnom međusobnom rastojanju

Položaj ovakvih sistema ćemo opisati sa koordinatama centra mase u koji stavljamo početak O' sistema i sa uglovima (θ, φ, ψ) koji opisuju rotaciju sistema u odnosu na sistem O' (Sl. 64.6). Znači, ovaj sistem ima tri translaciona i tri



Sl. 64.5

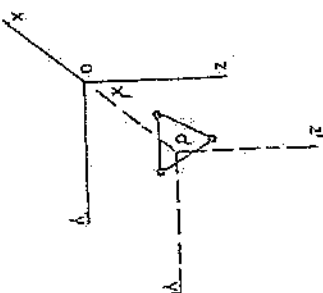
rotaciona stepena slobode.

Kako je 99,9% mase atoma koncentrirano u jezgri, čiji je poluprečnik veoma mali ($R \approx 10^{-15}$ m), možemo atome u daljem smatrati materijalnim tačkama.

Na osnovu do sada izloženog, jednoatomni molekuli će imati tri translaciona stepena slobode, dvoatomni molekuli će imati pet stepeni slobode, a troatomni i višeatomni molekuli će imati šest stepeni slobode.

b. Raspodjela energije po stepenima slobode

U prethodnim razmatranjima smo, polazeći od pretpostavke da su kod haotičnog kretanja molekula sva tri pravca ravnoopravna, za energiju jednoatomnih molekula dobili rezultat (64.34). Kako pri kretanju molekula nijedna vrsta kretanja nema veću vjerovatnoću od ostalih, prirodno je zaključiti da su ukupna energija ravnomerno raspodjeljuje po stepenima slobode,



Sl. 64.6

tj. da na svaki stepen slobode dolazi prosečno ista energija $\bar{\epsilon}$. Na osnovu ove pretpostavke i rezultata (64.34) možemo zaključiti da je prosečna energija po stepenu slobode jednaka

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} kT \quad (64.37)$$

pa prema tome, molekuli sa i stepeni slobode ima srednju kinetičku energiju

$$\bar{\epsilon} = i\bar{\epsilon} = \frac{i}{2} kT \quad (64.38)$$

64.6. Unutrašnja energija i masena količina toplote idealnog gasa

Unutrašnjom energijom idealnog gasa se naziva zbir energija kretanja pojedinih molekula.

Unutrašnja energija jednog mola gasa je

$$U_M = N_A \bar{\epsilon} = \frac{i}{2} kT \quad (64.39)$$

a unutrašnja energija m grama gasa molekulske mase M je

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} kT \quad (64.40)$$

Vidimo da unutrašnja energija idealnog gasa zavisi od broja stepeni slobode molekula i i od apsolutne temperature T . Možemo još zapaziti da se u okviru našeg modela idealnog gasa vrsta gasa zadaje sa dva parametra: molekulskom masom M i brojem stepeni slobode i .

a. Masena količina toplote idealnog gasa

Pri zagrevanju gasa se ne mora sva količina dodeljene toplote Q uročiti na povećanje temperature gasa, jer usled zagrevanja gas može da se širi i da vrši rad. Zato kada se govori o masenoj količini toplote gasova, treba da se prećezira pod kojim uslovima gas prima toplotu. Iz tih razloga se za gasove posebno definišu molarna masena količina toplote za zagre-

vanje pri stalnoj zapremini (C_V) i molarna masena količina toplote za zagrevanje pri stalnom pritisku (C_P).

1. Zagrevanje pri $V = \text{const.}$

Pod ovim uslovom gas ne može da vrši rad i dovedena količina toplote q se troši na povećanje unutrašnje energije gasa

$$dQ = dU \quad (64.41)$$

Ako se (64.41) zameni u (63.5), dobija se

$$C_V = \frac{1}{M} \frac{dU}{dT} \quad (64.42)$$

Kako iz (64.40) sledi da je

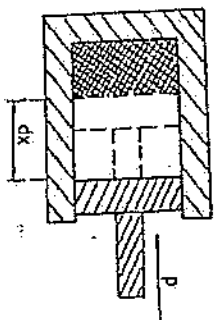
$$\frac{dU}{dT} = \frac{m}{M} \frac{1}{2} R' \quad (64.43)$$

Za molarnu masenu količinu toplote ($C_V = M C_V$) za zagrevanje pri stalnoj zapremini dobija se konačno

$$C_V = \frac{5}{2} R \quad (64.44)$$

2. Zagrevanje pri $p = \text{const.}$

Ako gas zagrevamo pri stalnom spoljašnjem pritisku on će se pri zagrevanju širiti (sl. 64.7).



Pri širenju gas u sudu vrši rad protiv spoljašnje sile

$$dA = f dx = p dx = p dV \quad (64.45)$$

Ukupna količina toplote dQ se pri ovakvim uslovima delimično troši na povećanje unutrašnje energije gasa dU a delimično i na vršenje rada $p dV$.

$$dQ = dU + p dV \quad (64.46)$$

(jednčina (64.46) je ustvari matematička formulacija prvog principa termodinamike, koji ćemo kasnije detaljnije analizirati.)

Na osnovu definicije molarne masene količine toplote ($C = M c$) i zamenom (64.46) u (63.5) dobijamo

$$C = \frac{M}{p} \left[\frac{dU}{dT} + \frac{p dV}{dT} \right], \quad (64.47)$$

Kako smo već ranije pokazali

$$\frac{M}{p} \frac{dU}{dT} = C_V \quad (64.48)$$

a iz opšte jednačine gasnog stanja se za $p = \text{const.}$ dobija

$$p \frac{dV}{dT} = \frac{M}{M} R \quad (64.49)$$

Izraz (64.47) možemo prepisati u obliku

$$C_p = C_V + R \quad (64.50)$$

ili

$$C_p = \frac{5}{2} R \quad (64.51)$$

Odnosi masenih količina toplote se mogu napisati u obliku

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{2} R \quad (64.52)$$

Na osnovu izloženog možemo zaključiti da kod idealnih gasova masena količina toplote C_p i C_V ne zavisi od temperature, pritiska i zapremine gasa, već samo od broja stepeni slobode gasa i od univerzalne gasne konstante R .

Zaključujući da je $R = 8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, masene količine toplote idealnih gasova možemo jednostavno izračunati kao što je prikazano u sledećoj tabeli.

VRSTA MOLEKULA	$C_V = 4f \left[\frac{1}{2} m v^2 \right] K$	$C_P = 4f \left(\frac{1}{2} + 2 \right) \left[\frac{1}{2} m v^2 \right] K$
jednoatomni	12	19
dvaaatomni	20	28
troj- i višetomni	21	32

Rezultati koji su prikazani u gornjoj tabeli, dokazani su na prostom modelu gasa koji molekulska strukturu opisuje samo preko molarne mase M i broja stepeni slobode f , ođigledno nose biti u saglasnosti sa eksperimentalnim rezultatima u onim oblastima temperatura gde unutrašnja struktura molekula gasa igra značajnu ulogu. Najbolja slaganja sa eksperimentima se dobijaju u oblasti srednjih temperatura ($150^\circ < T < 400^\circ$), viđeđemo kasnije da sami molekuli ne primaju energiju kontinualno već samo u strogo odredjenim kolidionama koje su jednake razlici između energetskih nivoa molekula. Takođe ćemo pokazati da se molekuli mogu pobuditi i u vibraciona stanja, što nam sve pokazuje da zakon o navnomernoj raspodeli energije po stepenima slobode ima vrlo ograničenu važnost.

64.7. Maksvelov zakon raspodele brzina

Kao što smo ranije rekli, molekuli idealnog gasa se kreću u svim pravcima i međusobno interaguju elastičnim sudarima. Zbog velikog broja molekula ne može se izračunati kako će se manjati brzina jednog molekula tokom vremena, niti se može ređi kolika će biti tačna brzina molekula u odredjenom vremenskom trenutku. Medjutim, metodama statističke fizike Maksvel i Boltzman su uspjeli da izračunaju verovatnoću da deo ukupnih molekula gasa na datoj temperaturi T ima brzinu u intervalu od v do $v + dv$.

* James Clerk Maxwell (1831-1879), engleski fizičar. Danim radova u kinetičkoj teoriji gasova, Maksvel je svojim razmatranjima pravačito objasnio klasičnu statističku fiziku i osnovnu elektrodinamičnu teoriju svetlosti.

Ako ukupan broj molekula u gasu označimo sa n , tada da ovu verovatnoću možemo da napišemo u obliku

$$dN = \frac{dn}{n} = \frac{1}{m \cdot v} v^2 e^{-v^2/a^2} dv \quad (64.53)$$

gde je $a = \sqrt{2kT/m}$. Količnik dN/dv nazivamo gustinom verovatnoće i on određuje verovatnoću po jedinici intervala brzine.

Zavisnost gustine verovatnoće od brzine molekula je prikazana na slici 64.8., za razne vrednosti temperature T .

Analizirajmo neko-

liko osobina raspodele brzina.

1. Najverovatniju brzinu (položaj maksimuma krivih prikazanih na slici 64.8.) možemo izračunati iz uslova

$$\frac{d}{dv} \left[\frac{dN}{dv} \right] = 0 \quad (64.54)$$

i dođičemo rezultat

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = a \quad (64.55)$$

Paž datoj temperaturi T će najveći broj molekula imati brzinu v_m . Možemo primetiti da prikazana raspodela brzine nije simetrična oko v_m . Površina sa desne strane od v_m je uvek veća od površine sa leve strane, što znači da na datoj temperaturi uvek imamo u gasu veći broj molekula sa brzinom $v > v_m$, nego sa $v < v_m$.

2. Najverovatniji broj molekula dN koji će od ukupno n molekula na temperaturi T imati brzinu između v_1 i v_2 može se izračunati kao

$$\frac{dN}{n} = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dN}{dv} dv \quad (64.56)$$

Na slici 64.8. brojnoj vrednosti ovog integrala odgovara šrafirana površina između v_1 i v_2 .

3. Sa slike 64.8. vidimo da $dW/dv \rightarrow 0$ samo za $v = 0$ i $v = \infty$. Na osnovu ove osobine možemo zaključiti da na datoj temperaturi molekuli idealnog gasa mogu imati sve moguće brzine, ali ih daleko najviše ima sa brzinom oko v_m .

4. Iz izraza (64.55) vidimo da se položaj maksimuma Maksvelove raspodele menja sa temperaturom kao \sqrt{T} . Vrednost maksimuma možemo izračunati ako u formulu (64.53) uvrstimo umesto brzine v vrednost (64.55) i tada ćemo dobiti rezultat

$$\left(\frac{dW}{dv}\right)_{\max} = \frac{4}{e\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m}{2kT}} \quad (64.57)$$

koji nam pokazuje da vrednost maksimuma opada kao $1/\sqrt{T}$ sa porastom temperature.

5. Zbog nesimetričnosti krive (sl. 64.8) srednja brzina

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n} \quad (64.58)$$

i koren iz srednjeg kvadrata brzine

$$(\bar{v}^2)^{1/2} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n} \right]^{1/2} \quad (64.59)$$

se razlikuju od najverovatnije brzine. Njihove vrednosti su date izrazima

$$\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \alpha = 1,13\alpha; \quad \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \alpha^2 = 1,22\alpha \quad (64.60)$$

na osnovu kojih možemo napisati kvalitativni izraz

$$\alpha < \bar{v} < \sqrt{\bar{v}^2} \quad (64.61)$$

6. Da bismo dobili predstavu o tipičnoj brzini mole-

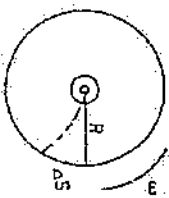
kula na sobnim temperaturama izračunavamo najverovatniju brzinu molekula vodonika na temperaturi $T = 300$ K.

$$\alpha = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-27} \cdot 300}{2}} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (64.62)$$

$$= 5000 \text{ km/h}$$

64.8. Eksperimentalna potvrda Maksvelove raspodele brzine

Prvi eksperimentalni dokaz valjanosti teorije (64.53) izveo je Stern 1920. godine. Šema njegovog merenog uređaja je prikazana na slici 64.9.



Sl. 64.9

Ako se ceo sistem rotira oko centralne žice sa konstantnom brzinom ω , svaka tačka na spoljašnjem cilindru za vreme Δt prelazi put

$$\Delta S = R\omega \Delta t \quad (64.64)$$

Iz predjenog puta i ugaoe brzine tačuna se brzina atoma po formuli

$$v = \frac{\omega R^2}{\Delta S} \quad (64.65)$$

Eksperiment Sterna je pokazao da se najviše čestica (atoma, molekula) skuplja na onom mestu ΔS koje odgovara najverovatnijoj brzini v_m za datu temperaturu centralne žice.

* STERN, Otto (1868-1959) nemački fizičar.

64.9. Boltzmanova raspodjela energija u gasu

Boltzman je Maksvelovoj raspodjeli dodao da oblik koji se pokazao prikladnijim za upotrebu i u drugim granama fizike, pre svega u elektrotehnici. Boltzman je umesto brzine u Maksvelovoj raspodjeli (64.53) koristio energiju. Tako je dobio nov izraz za raspodelu energije koji je neposrednije povezan s jednim od temeljnih makroskopskih veličina u gasu, njegovom temperaturom. Za raspodelu energije u gasu temperature T izračunao je Boltzman izraz

$$dW(\epsilon) = W(\epsilon) d\epsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-\epsilon/kT} d\epsilon \quad (64.56)$$

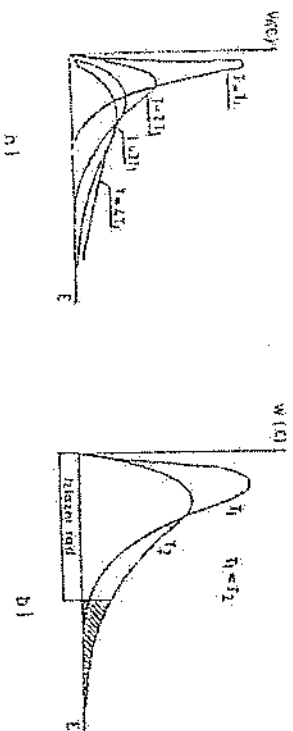
gde je $dW(\epsilon)$ verovatnoća da čestica u gasu ima energiju u intervalu $(\epsilon, \epsilon + d\epsilon)$, tj. u okolini vrednosti ϵ . Broj čestica u energijskom intervalu $(\epsilon, \epsilon + d\epsilon)$ dat je izrazom

$$dN = N W(\epsilon) d\epsilon$$

gde je N ukupan broj čestica u gasu. Zanimljivo li konstantne faktore u (64.56), onda je pri datoj temperaturi T funkcija verovatnoće $W(\epsilon)$ proizvod dva faktora, koji oboje zavise od energije i to tako da jedan raste s energijom ($e^{1/2}$), a drugi još brže sa energijom opada ($e^{-\epsilon/kT}$). Delovanje tih dva faktora daje oblik krivulja raspodele na slici 64.10.a. Boltzmanova raspodjela (64.56) predstavlja dakle skup krivih određenih parametrom T . Lako se uočava da su raspodele koje odgovaraju višim temperaturama T izduženije prema višim energijama. Pri višoj temperaturi T broj molekula sa većom energijom je veći. U svakom slučaju, vidi se da nema molekula sa energijom nula, dok broj molekula velike energije naglo opada. Značajno je napomenuti da zakon raspodele energije (64.56) nije ograničen samo

^a Iz (64.56) vidi kako Boltzmanova raspodjela kada je $\epsilon = 1/2 kT$, tj. kada je ϵ kinetička energija. Prva toma, Boltzmanova raspodjela je opisana od Maksvelova, jer u Boltzmanovoj teoriji ϵ ne mora da bude samo kinetička energija, već bilo koja energija koja danih provodi.

na molekule u gasu. Pri kraju XIX a u početku XX veka, fizičari



Sl. 64.10

ni su uočili da se i elektroni, nosioci električne struje u metalima, mogu ponašati poput gasa, te da Boltzmanovom raspodelom možemo objasniti emisiju elektrona iz užarenih metala (katoda), tzv. termionsku emisiju. Da bi izšli iz metala, elektroni moraju savladati određeni otpor, tj. utrošiti neki rad. Za to im je potrebna određena energija koju nezavisno izlazu rad. Međak je za energija eV_0 (sl. 64.10.b). Pri nižoj temperaturi T malo će elektrona imati energiju veću od eV_0 s druge strane, poraste li temperatura na T_2 , broj elektrona koji imaju energiju veću od eV_0 naglo će porasti.

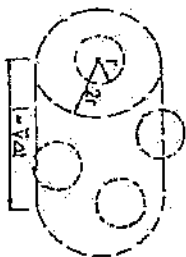
64.10. Srednja dužina slobodnog puta. Difuzija

Ako prihvatimo da se molekuli kreću haotično vrlo velikim brzinama (vidi (64.52)), postavljaju se pitanje koliki put oni prelaze između dva uzastopna sudara?

Jasno je da se dužina ovog puta (koji se naziva slobodni put) menja od sudara do sudara, ali se može izračunati srednja dužina slobodnog puta koju molekuli prosečno pređu između dva uzastopna sudara.

Da bi procenili ovu veličinu, prvo ćemo izračunati koliko sudara ima u jedinici vremena molekuli koji se kre-

će brzinom \bar{v} . Kada jednostavnosti pretpostavimo da svi molekuli imaju iste poluprečnike r i da osim molekula koji posmatramo svi ostali miruju (sl. 64.11)



Sl. 64.11

$$n = n_0 \cdot 4\pi r^2 \bar{v} \Delta t$$

$$(64.69)$$

U ovoj zapremini ukupno ima

$$Z = \bar{v} \Delta t$$

$$(64.68)$$

gde je

$$V = 4\pi r^2 Z$$

$$(64.67)$$

U tom slučaju će se posmatrani molekuli za vreme Δt sudariti sa svim molekulima koji se nalaze u zapremini

molekula, što znači da je traženi broj sudara u jedinici vremena

$$\bar{v} = \frac{n}{\Delta t} = 4n_0 r^2 \pi \bar{v}$$

$$(64.70)$$

Ako se uzme u obzir kretanje i ostalih molekula, dobijeni rezultat treba pomnožiti sa $\sqrt{2}$.

Izračunavamo broj sudara koji molekuli vodonika doživljavaju na temperaturi $T = 300$ K. Brojne vrednosti veličina koje se pojavljuju u (64.70) su

$$n_0 = 3 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}; r = 10^{-10} \text{ m}; \bar{v} = 10^3 \text{ m/s} \quad (64.71)$$

pa se dobija rezultat koji pokazuje da molekuli u sekundi doživljavaju $1,4 \cdot 10^8$ sudara.

Srednju dužinu slobodnog puta \bar{l} ćemo izračunati iz formule

$$\bar{l} = \frac{\bar{v}}{\bar{v}} = (4\sqrt{2} \pi^2 n_0 r^2)^{-1}$$

$$(64.72)$$

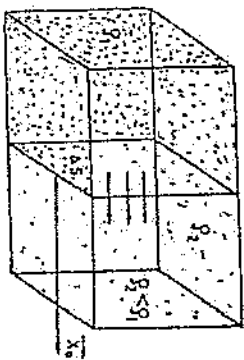
Za ranije razmatran primer za molekuli vodonika dobijamo rezultat $\bar{l} = 10^{-5} \text{ m}$.

Možemo uočiti da molekuli pri haotičnom kretanju veoma često doživljavaju međusobne sudare i to je razlog što

je brzina termičke ekspanzije gasova daleko manja od srednje brzine samih molekula.

1. Difuzija

Difuzijom se naziva prenošenje gasa usled termičkog kretanja molekula. Ovaj proces se vrši dok se koncentracija gasa ne izjednači u celoj zapremini u kojoj se gas nalazi. Da bi kvantitativno opisali ovu pojavu posmatraćemo difuziju gasa kroz malu površinu ΔS (sl. 64.12).



Sl. 64.12

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S$$

$$(64.73)$$

Brzina difuzije definiše kao masa gasa ΔM koja za jedinicu vremena prođe kroz površinu ΔS . Ova veličina je data formulom

gde je $\Delta \rho / \Delta x$ gradijent zapreminske mase i D koeficijent difuzije. Koeficijent difuzije zavisi od vrste gasa i od fizičkih uslova pod kojim gas vrši difuziju. Za idealan gas se koeficijent difuzije može napisati u obliku

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{l}$$

$$(64.74)$$

1.1 OSNOVI TERMODINAMIKE

65.1. Osnovni pojmovi termodinamike

Sada ćemo prici izučavanju toplinskih pojava sa sve-novišta karakterističnog za termodinamiku. Potpuno ćemo zanemariti unutrašnju strukturu materije koju ispituujemo i pokušaćemo da definišemo neke opšte zakonitosti vezane za energiju materije i za prečvaranje te energije u razne oblike. Ovakav termodinamički pristup izučavanju toplinskih osobina materije neće nam dati nove podatke o strukturi materije, niti će se